

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN

TRẦN THỊ HƯƠNG QUỲNH

KHỐI LƯỢNG VÀ PHA TRỘN LEPTON  
DẠNG GẦN CO-BIMAXIMAL  
TRONG MÔ HÌNH B – L VỚI NHÓM  $S_3 \times Z_2$

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 8440103

ĐỀ ÁN TỐT NGHIỆP THẠC SĨ

Đắk Lắk, năm 2024

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN

TRẦN THỊ HƯƠNG QUỲNH

KHỐI LƯỢNG VÀ PHA TRỘN LEPTON  
DẠNG GẦN CO-BIMAXIMAL  
TRONG MÔ HÌNH B – L VỚI NHÓM  $S_3 \times Z_2$

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 8440103

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Võ Văn Viên

ĐỀ ÁN TỐT NGHIỆP THẠC SĨ

Đắk Lắk, năm 2024

## Lời cam đoan

Tôi cam đoan bản đề án này là kết quả nghiên cứu của riêng tôi. Các số liệu và tài liệu được trích dẫn trong đề án là trung thực. Kết quả nghiên cứu này không trùng lặp với bất cứ các công trình nghiên cứu nào đã được công bố trước đó. Tôi chịu trách nhiệm với lời cam đoan của mình.

*Đắk Lắk, ngày tháng năm 2024*

Học viên

**Trần Thị Hương Quỳnh**

## Lời cảm ơn

Trải qua thời gian tròn 2 năm hoàn thành chương trình học tập và nghiên cứu thực hiện đề án: “*Khối lượng và pha trộn lepton dạng gần co-bimaximal trong mô hình B-L với nhóm  $S_3 \times Z_2$* ” tại Trường Đại học Tây Nguyên. Trước tiên, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc nhất đến PGS.TS Võ Văn Viên, người đã tận tình hướng dẫn, góp ý và chỉ bảo tôi trong suốt quá trình thực hiện đề án. Sự nhiệt tình, kiến thức sâu rộng và những lời khuyên quý báu của thầy đã giúp tôi hoàn thành tốt đề án tốt nghiệp này.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn đến khoa KHTN và CN, Trường Đại học Tây Nguyên, đặc biệt là các thầy cô trong tổ bộ môn Vật lý, đã giảng dạy, cung cấp những kiến thức nền tảng quý giá và tạo điều kiện học tốt nhất cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Ngoài ra, tôi xin gửi lời cảm ơn đến các bạn học trong lớp Vật lý lý thuyết và Vật lý toán đã giúp đỡ, hỗ trợ tôi trong việc thu thập tài liệu, cung cấp thông tin và động viên tôi những lúc khó khăn trong quá trình hoàn thiện đề án này.

Cuối cùng, tôi xin dành lời cảm ơn đến gia đình, nhà trường nơi tôi đang công tác đã luôn là nguồn động viên tinh thần to lớn, đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tôi có thể tập trung hoàn thành chương trình học và hoàn thiện tốt đề án tốt nghiệp này.

Tôi xin chân thành cảm ơn tất cả!

*Đắk Lắk, ngày tháng năm 2024*

Học viên

**Trần Thị Hương Quỳnh**

## Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Danh mục các từ viết tắt	ii
Danh sách bảng	i
Danh sách hình vẽ	i
Mở đầu	1
<b>1 Tổng quan tài liệu</b>	<b>4</b>
1.1 Giới thiệu về mô hình chuẩn và mô hình B-L . . . . .	4
1.1.1 Các lepton trong mô hình chuẩn . . . . .	4
1.1.2 Khối lượng và pha trộn lepton trong mô hình chuẩn	6
1.1.3 Hạn chế của Mô hình chuẩn . . . . .	8
1.1.4 Các lepton trong mô hình B-L . . . . .	9
1.1.5 Hạn chế của mô hình B-L . . . . .	12
1.2 Cơ chế seesaw giải thích khối lượng neutrino . . . . .	12
1.3 Tham số hoá cho kịch bản dao động ba neutrino . . . . .	15
1.4 Nhóm đối xứng $S_3$ . . . . .	17
<b>2 Đối tượng, nội dung và phương pháp nghiên cứu</b>	<b>19</b>
2.1 Đối tượng nghiên cứu . . . . .	19
2.2 Phạm vi nghiên cứu . . . . .	19
2.3 Nội dung nghiên cứu . . . . .	19
2.4 Phương pháp nghiên cứu . . . . .	19
<b>3 Kết quả nghiên cứu và thảo luận</b>	<b>20</b>
3.1 Cấu trúc hạt của mô hình B - L với nhóm đối xứng $\mathbf{S}_3 \times \mathbf{Z}_2$	20
3.2 Khối lượng và pha trộn lepton dạng gần co-bimaximal trong mô hình $B - L$ với nhóm $\mathbf{S}_3 \times \mathbf{Z}_2$ . . . . .	21
3.3 Kết quả phân tích số . . . . .	27
Tài liệu tham khảo	i

## Danh mục các từ viết tắt

Viết tắt	Tiếng Anh	Nghĩa Tiếng Việt
LEP	Large Electron-Positron	Va chạm Electron-Positron lớn
LHC	Large Hadron Collider	Máy gia tốc hạt lớn
MHC	Standard Model	Mô hình chuẩn
PBC	Normal ordering	Phân bậc chuẩn
PBND	Inverted ordering	Phân bậc nghịch đảo

## Danh sách bảng

1	Khối lượng và góc trộn neutrino [5] . . . . .	1
1.1	Các thế hệ lepton trong mô hình chuẩn . . . . .	4
1.2	Các toán tử tương ứng của Lepton trong Mô hình chuẩn . .	5
3.1	Các lepton của mô hình ( $J = 2, 3$ ). . . . .	20
3.2	Các vô hướng của mô hình ( $I = 1, 2$ ). . . . .	21

## Danh sách hình vẽ

3.1	Sự phụ thuộc của $\sin^2 \theta_{23}$ vào $ A_e $ và $\eta_\nu$ với $ A_e  \in (102, 750)$ MeV và $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$ rad. . . . .	30
3.2	Sự phụ thuộc của $\theta_{23}^{(\circ)}$ vào $ A_e $ và $\eta_\nu$ với $ A_e  \in (102, 750)$ MeV và $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$ rad. . . . .	30
3.3	Sự phụ thuộc của $\delta_{CP}^{(\circ)}$ vào $ A_e $ và $\eta_\nu$ với $ A_e  \in (102, 750)$ MeV và $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$ rad. . . . .	31
3.4	Sự phụ thuộc của $\sin \theta_e$ vào $ A_e $ với $ A_e  \in (102, 750)$ MeV.	31
3.5	Sự phụ thuộc của $\theta_e^{(\circ)}$ vào $ A_e $ với $ A_e  \in (102, 750)$ MeV.	32



# Mở đầu

## 1. Lí do chọn đề án

Mặc dù được xem là một trong những lý thuyết thành công nhất của vật lý hạt, nhưng Mô hình chuẩn (MHC) vẫn bộc lộ một số tồn tại nhất định. Một trong những tồn tại nổi bật của MHC đó là không giải thích được sự nhỏ bé của khối lượng neutrino, sự trộn lepton và trộn quark.

Về mặt thực nghiệm, sự khác biệt về bình phương khối lượng neutrino, các góc trộn neutrino và kết quả phân tích thực nghiệm về pha vi phạm CP vẫn đang được cập nhật liên tục. Dạng pha trộn lepton theo thực nghiệm gần đây có dạng phù hợp với dạng co-bimaximal, theo đó  $\theta_{13}$  khác không,  $\theta_{23}=45^\circ$  và  $\delta=270^\circ$ .

Theo dữ liệu thực nghiệm năm 2020, khối lượng và góc trộn neutrino được xác định trong tài liệu tham khảo [5], như được cho trong Bảng 1.

Bảng 1: Khối lượng và góc trộn neutrino [5]

	Best – fit ( $3\sigma$ , PBC)	Best – fit ( $3\sigma$ , PBND)
$\Delta m_{21}^2$ (meV <sup>2</sup> )	75.0 (69.4 → 81.4)	75.0 (69.4 → 81.4)
$10^{-3} \Delta m_{31}^2 $ (meV <sup>2</sup> )	2.55 (2.47 → 2.63)	2.45 (2.37 → 2.53)
$\sin^2 \theta_{12}$	0.318 (0.271 → 0.369)	0.318 (0.271 → 0.369)
$\sin^2 \theta_{23}$	0.574 (0.434 → 0.610)	0.578 (0.433 → 0.608)
$10^2 \sin^2 \theta_{13}$	2.200 (2.00 → 2.405)	2.225 (2.018 → 2.424)
$\delta_{CP}^\circ$	194 (128 → 359) $\pi$	284 (200 → 353)

Về phương diện lý thuyết, ma trận trộn lepton được xác định thông qua ma trận trộn lepton mang điện và ma trận trộn neutrino. Hiện nay, có 5 dạng ma trận trộn lepton được đề xuất, bao gồm:

(1) Dạng Democratic [2],

$$U_{DC} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} & -\sqrt{2/3} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

(2) Dạng Bimaximal [8],

$$U_{BM} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & 1/2 & -1/\sqrt{2} \\ 1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

(3) Dạng Golden – ratio [9],

$$U_{GR} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/\sqrt{5-\sqrt{5}} & \sqrt{2}/\sqrt{5+\sqrt{5}} & 0 \\ -1/\sqrt{5+\sqrt{5}} & 1/\sqrt{5+\sqrt{5}} & \sqrt{2}/2 \\ 1/\sqrt{5+\sqrt{5}} & -1/\sqrt{5-\sqrt{5}} & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

(4) Dạng Hexagonal [10],

$$U_H = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/4 & \sqrt{6}/4 & 1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2}/4 & -\sqrt{6}/4 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

(5) Dạng Tri-bimaximal [4],

$$U_{HPS} = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & 0 \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Các kết quả thực nghiệm về neutrino gần đây cho thấy dạng trộn lepton phù hợp với dạng Tri-bimaximal như ở biểu thức (4), trong đó, các góc trộn lẫn lớn khác biệt hoàn toàn với các góc trộn quark.

Trong khoảng hơn hai thập niên trở lại gần trở lại đây có một hướng khả quan đang được nghiên cứu rộng, nhằm giải thích sự trộn lepton và các hiệu ứng vật lý quan trọng khác, đó là đưa các đối xứng gián đoạn vào MHC và các mô hình mở rộng MHC.

Các nhóm đối xứng gián đoạn đã được đưa vào MHC, các mô hình 3-3-1,... Các nhóm gián đoạn được lựa chọn nhiều đó là  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $A_4$ ,  $D_4$ ,  $T_7$ ,.... Hiện nay các mô hình vật lý loại này đang được các nhà vật lý

trên thế giới đặc biệt quan tâm.

Từ quy luật biến đổi của hệ số Clebsch-Gordan ở biểu thức (1.44)-(1.46), chúng tôi nhận thấy nhóm  $S_3$  có thể kết hợp với mô hình B-L để cho lời giải thích thoả đáng về trộn lepton theo kết quả thực nghiệm như trong Bảng 1. Vì vậy trong khuôn khổ của đề án thạc sĩ, chúng tôi đề xuất đề án: **"Khối lượng và pha trộn lepton dạng gần co-bimaximal trong mô hình B-L với nhóm  $S_3 \times Z_2$ "**.

## 2. Mục đích nghiên cứu

- Trình bày sự sinh khối lượng và trộn lepton dạng gần *co-bimaximal* trong mô hình chuẩn và mô hình B-L.
- Xây dựng mô hình B-L với nhóm đối xứng  $S_3 \times Z_2$  xác định khối lượng và dạng ma trận trộn gần co-bimaximal.

## Chương 1. Tổng quan tài liệu

### 1.1 Giới thiệu về mô hình chuẩn và mô hình B-L

#### 1.1.1 Các lepton trong mô hình chuẩn

Mô hình chuẩn của vật lý hạt là một lý thuyết dựa trên nhóm đối xứng chuẩn với cấu trúc đối xứng như sau:

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (1.1)$$

trong đó,  $SU(3)_C$  mô tả đối xứng của lực mạnh. Nhóm đối xứng này liên quan đến sự tương tác giữa các hạt quark và gluon;  $SU(2)_L$  mô tả đối xứng của tương tác yếu. Ký hiệu  $L$  chỉ phân cực trái (chỉ các fermion phân cực trái thực hiện biểu diễn **2** của nhóm  $SU(2)$ , các fermion phân cực phải thực hiện biểu diễn **1** của nhóm  $SU(2)$ ).  $U(1)_Y$  mô tả lực điện từ, thông qua đại lượng gọi là siêu điện tích yếu (ký hiệu là  $Y$ ). Nhóm này liên quan đến tương tác điện từ được thống nhất với lực yếu trước khi bị phá vỡ đối xứng, dẫn đến việc tách rời photon và các boson  $W, Z$ .

Trong MHC của vật lý hạt, lepton là một trong hai loại hạt cơ bản (hạt còn lại là quark). Lepton không tham gia vào tương tác mạnh (lực hạt nhân mạnh), mà chỉ tương tác qua lực yếu, lực điện từ (nếu mang điện) và lực hấp dẫn. Có sáu loại lepton, chia thành 3 "thế hệ" và được biểu diễn tổng quát trong Bảng 1.1.

Bảng 1.1: Các thế hệ lepton trong mô hình chuẩn

	Thế hệ 1	Thế hệ 2	Thế hệ 3	Q
Lepton	$\nu_e$ $e$	$\nu_\mu$ $\mu$	$\nu_\tau$ $\tau$	0 -1

Trong đó,  $Q$  là điện tích của hạt, và để xác định điện tích của các hạt lepton trong mô hình đối xứng chuẩn chúng ta sử dụng công thức

Bảng 1.2: Các toán tử tương ứng của Lepton trong Mô hình chuẩn

Các đa tuyến	$I$	$I_3$	$Y$	$Q$
$e_R$	0	0	2	-1
$\nu_{eL}$	1/2	1/2	-1	0
$e_L$	1/2	-1/2	-1	-1

Gell-Mann-Nishjima như sau:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.2)$$

Đây là biểu thức liên hệ giữa điện tích  $Q$ , thành phần thứ ba của spin đồng vị  $I_3$  (có giá trị  $\pm 1/2$  đối với các hạt lepton và quark) và siêu tích điện yếu  $Y$ . Được biểu diễn cụ thể trong Bảng 1.2.

Trong đó, ta có spin đồng vị  $I$  và số hạt trong đa tuyến được liên hệ với nhau theo biểu thức:

$$2I + 1 = n \quad (1.3)$$

Với đơn tuyến:  $n=1$ ; lưỡng tuyến:  $n=2$ ; đa tuyến:  $n=3$ . Dựa vào biểu thức (1.2) và (1.3) trên ta tính được các toán tử tương ứng của lepton trong MHC như bảng 1.2. Đồng thời các lưỡng tuyến tương ứng với 3 thế hệ lepton phân cực trái được ký hiệu cụ thể như sau:

$$\begin{aligned} \psi_{eL} &= \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \sim (2, -1), & \psi_{\mu L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix} \sim (2, -1), \\ \psi_{\tau L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix} \sim (2, -1). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Hoặc

$$\begin{aligned}\psi_{1L} &= \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ l_{1L} \end{pmatrix} \sim (2, -1), & \psi_{2L} &= \begin{pmatrix} \nu_{2L} \\ l_{2L} \end{pmatrix} \sim (2, -1), \\ \psi_{3L} &= \begin{pmatrix} \nu_{3L} \\ l_{3L} \end{pmatrix} \sim (2, -1).\end{aligned}\quad (1.5)$$

Các đơn tuyến lepton phân cực phải được ký hiệu như sau:

$$e_R \sim (1, -2), \quad \mu_R \sim (1, -2), \quad \tau_R \sim (1, -2).\quad (1.6)$$

Hoặc

$$l_{1R} \sim (1, -2), \quad l_{2R} \sim (1, -2), \quad l_{3R} \sim (1, -2).\quad (1.7)$$

### 1.1.2 Khối lượng và pha trộn lepton trong mô hình chuẩn

Trong MHC, khối lượng của các lepton tích điện được sinh ra qua quá trình tương tác với trường Higgs, cụ thể là qua một tương tác gọi là tương tác Yukawa giữa các lepton và trường Higgs. Sự khác biệt về khối lượng giữa các lepton tích điện (electron  $e$ , muon  $\mu$ , tau  $\tau$ ) xuất phát từ sự khác biệt trong hằng số Yukawa của chúng. Như vậy các Lepton mang điện có khối lượng và khối lượng trường fermion có dạng [1]:

$$\bar{f}f = \bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L.\quad (1.8)$$

Ký hiệu của các lưỡng tuyến lepton trái và các đơn tuyến lepton phải có dạng như sau:

$$\begin{aligned}\psi_{\alpha L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ l_{\alpha L} \end{pmatrix}, \quad l_{\alpha R} \sim (1, -2) \quad (\alpha = 1, 2, 3), \\ l_{1R} &\equiv e, \quad l_{2R} \equiv \mu, \quad l_{3R} \equiv \tau.\end{aligned}\quad (1.9)$$

Trong phương trình Lagrangian của MHC, khối lượng của các lepton mang điện được sinh ra từ sự tương tác với trường Higgs. Cụ thể, khi

Higgs có giá trị kỳ vọng chân không (VEV- vacuum expectation value), nó sẽ " phá vỡ đối xứng điện yếu" và sinh ra khối lượng cho các hạt fermion (bao gồm cả các hạt lepton mang điện) thông qua các hằng số Yukawa.

Hạng tử khối lượng trong Lagrangian cho các lepton mang điện  $\psi_l$  riêng biệt được viết như sau:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{HL} = & h_{11}\bar{\psi}_{1L}\phi_{1R} + h_{12}\bar{\psi}_{1L}\phi_{2R} + h_{13}\bar{\psi}_{1L}\phi_{3R} \\
& + h_{21}\bar{\psi}_{2L}\phi_{1R} + h_{22}\bar{\psi}_{2L}\phi_{2R} + h_{23}\bar{\psi}_{2L}\phi_{3R} \\
& + h_{31}\bar{\psi}_{3L}\phi_{1R} + h_{32}\bar{\psi}_{3L}\phi_{2R} + h_{33}\bar{\psi}_{3L}\phi_{3R} \\
& + H.c.
\end{aligned} \tag{1.10}$$

Trong chuẩn unita, lưỡng tuyến Higgs có dạng:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \tag{1.11}$$

vì thành phần  $H(x)$  trong biểu thức (1.11) không sinh khối lượng nên ta có thể bỏ qua thành phần này. Biểu thức (1.11) được viết lại như sau:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \langle \phi^+ \rangle \\ \langle \phi^0 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_H \end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

Thay (1.9) và (1.12) vào (1.10) ta được:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{HL} = & \frac{v_H}{\sqrt{2}} [h_{11}\bar{l}_{1L}l_{1R} + h_{12}\bar{l}_{1L}l_{2R} + h_{13}\bar{l}_{1L}l_{3R} \\
& + h_{21}\bar{l}_{2L}l_{1R} + h_{22}\bar{l}_{2L}l_{2R} + h_{23}\bar{l}_{2L}l_{3R} \\
& + h_{31}\bar{l}_{3L}l_{1R} + h_{32}\bar{l}_{3L}l_{2R} + h_{33}\bar{l}_{3L}l_{3R}] + H.c.
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Lagrangian trong (1.13) có thể viết lại dưới dạng ma trận:

$$-\mathcal{L}_{HL} = \frac{v_H}{\sqrt{2}} \bar{L}_L M_l L_R + H.c. \tag{1.14}$$

trong đó,

$$\bar{L}_L = (\bar{l}_{1L}, \bar{l}_{2L}, \bar{l}_{3L}), L_R = (l_{1R}, l_{2R}, l_{3R})^T,$$

$$M_l = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

$$m_\alpha = \frac{y_\alpha^l v}{\sqrt{2}}$$

Trong MHC, các hạt fermion (bao gồm electron  $e$ , muon  $\mu$ , tau  $\tau$ ) nhận khối lượng qua cơ chế Higgs. Điều này xảy ra khi các fermion tương tác với trường Higgs thông qua các hằng số Yukawa, liên kết các trạng thái phân cực trái và phân cực phải. Tuy nhiên, vì neutrino trong MHC chỉ có thành phần phân cực trái, nên chúng không thể tương tác với trường Higgs để nhận khối lượng giống như các lepton mang điện. Điều này khiến neutrino, trong cấu trúc gốc của MHC, được giả định là không có khối lượng.

Trong nhiều thí nghiệm, đặc biệt là những thí nghiệm về dao động neutrino, người ta đã quan sát thấy rằng neutrino có thể thay đổi trạng thái từ dạng này sang dạng khác (ví dụ từ electron neutrino thành muon neutrino). Hiện tượng này chỉ có thể xảy ra nếu các trạng thái khối lượng của neutrino là khác nhau, do đó cho thấy rằng neutrino phải có khối lượng. Dao động neutrino mâu thuẫn với giả định ban đầu của MHC, đòi hỏi phải mở rộng lý thuyết này để giải thích.

### 1.1.3 Hạn chế của Mô hình chuẩn

Mặc dù MHC của vật lý hạt là một trong những lý thuyết thành công nhất trong việc mô tả các hạt cơ bản và lực tương tác của chúng, nó vẫn tồn tại một số hạn chế không thể giải thích được mọi khía cạnh của vũ trụ. Một trong những hạn chế mà đề án này tập trung giải quyết đó là MHC không giải thích được sự xuất hiện khối lượng của neutrino (dù rất nhỏ). Do đó, việc mở rộng mô hình này là nhu cầu thiết yếu nhằm



bổ sung những thiếu sót của MHC. Để mở rộng MHC, đề án định hướng mở rộng MHC với nhóm đối xứng gián đoạn nhằm giải quyết hai vấn đề thiết yếu là: Khối lượng neutrino và pha trộn lepton. Trong đề án này chúng tôi mở rộng MHC với nhóm đối xứng  $S_3 \times Z_2$ .

#### 1.1.4 Các lepton trong mô hình B-L

Trong MHC mở rộng với đối xứng  $U(1)_{B-L}$  trong đó  $B$  là số baryon và  $L$  là số lepton của các hạt (thường gọi là đối xứng  $B-L$ ) phiên bản tối thiểu dựa vào nhóm đối xứng  $G_{B-L} \equiv SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L}$ . Để đảm bảo rằng đối xứng  $U(1)_{B-L}$  được khử dị thường, cần thiết phải giới thiệu thêm ba đơn tuyến fermion. Các đơn tuyến fermion này thường được gọi là các neutrino phân cực phải, ký hiệu là  $\nu_{R_i}$  [6].

Trong mô hình  $B-L$ , phần vô hướng chứa thêm một đơn tuyến phức  $\chi$  của nhóm  $SU(2)_L$  để phá vỡ đối xứng  $U(1)_{B-L}$  và một lưỡng tuyến  $\phi$  của nhóm  $SU(2)_L$  để phá vỡ đối xứng  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  về đối xứng  $U(1)_{em}$  [6],

$$\chi \sim (1, 1, 0, 2), \quad \phi \sim (1, 2, 1, 0). \quad (1.16)$$

Giá trị trung bình chân không khác không của các trường vô hướng có dạng:

$$\langle \chi \rangle = \frac{v'}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

trong đó,

$$v' \gg v. \quad (1.18)$$

Trong mô hình mở rộng  $B-L$ , với đối xứng  $B-L$  bị phá vỡ ở thang năng lượng thấp, khối lượng neutrino có thể được sinh ra bằng cơ chế seesaw với bậc cỡ 1 TeV. Số hạng Lagrangian sinh khối lượng neutrino

có dạng:

$$-\mathcal{L}_\nu = \lambda_\nu \bar{l} \tilde{\phi} \nu_R + \frac{\lambda_{\nu_R}}{2} \bar{\nu}^c \chi \nu_R + h.c. \quad (1.19)$$

Sau khi đối xứng  $U(1)_{B-L}$  bị phá vỡ, chúng ta thu được các số khối lượng neutrino Dirac và Majorana như sau:

$$m_D = \frac{\lambda_\nu v}{\sqrt{2}}, \quad M_R = \frac{\lambda_{\nu_R} v'}{\sqrt{2}}. \quad (1.20)$$

Khi đó, ma trận khối lượng neutrino có dạng

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

Vì  $M_R \sim v'$  và  $m_D \sim v$ , nghĩa là,  $M_R \gg m_D$  nên việc chéo hóa ma trận khối lượng neutrino  $M_\nu$  thu được khối lượng cho các neutrino nhẹ và nặng như sau:

$$m_{\nu_L} = -m_D M_R^{-1} m_D^T, \quad (1.22)$$

$$m_{\nu_H} = M_R. \quad (1.23)$$

Vì vậy, đối xứng chuẩn  $B-L$  có thể giải thích sự có mặt của ba neutrino phân cực phải và cung cấp một khuôn khổ tự nhiên cho cơ chế seesaw. Tuy nhiên, quy mô của bậc phá vỡ đối xứng  $B-L$  (nghĩa là  $v'$ ) và do đó khối lượng  $M_R$  của  $\nu_R$  vẫn tùy ý. Nó thường được giả định là quy mô rất lớn để phá vỡ đối xứng  $B-L$ , nghĩa là,  $M_R \sim 10^{15}$  GeV để giải thích dữ liệu neutrino khí quyển và neutrino mặt trời. Điều quan trọng cần lưu ý là quy mô lớn như vậy có thể là cần thiết nếu khối lượng neutrino Dirac được giả định là vào bậc  $\mathcal{O}(100)$  GeV. Tuy nhiên, không có bất kỳ bằng chứng năng lượng thấp nào chỉ ra rằng khối lượng Dirac phải là vào bậc  $\mathcal{O}(100)$  GeV. Ngược lại, nếu thiết lập một đối xứng vị (đối xứng gián đoạn) giữa các lepton tích điện và lepton trung hòa, chúng ta thấy rằng khối lượng neutrino Dirac phải rất nhỏ, vào bậc  $\mathcal{O}(10^{-4})$  GeV. Điều này

ngụ ý rằng  $M_R$  có độ lớn vào bậc TeV là có thể chấp nhận được[6].

Trong cơ sở mà ma trận khối lượng lepton mang điện và ma trận khối lượng neutrino Majorana  $M_R$  có dạng chéo,  $M_R$  có thể được tham số hóa như sau [6]:

$$M_R = M_{R_3} \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

trong đó,

$$M_{R_3} = |\lambda_{\nu_{R_3}}| \frac{v'}{\sqrt{2}} \quad (1.25)$$

và

$$r_{1,2} = \frac{M_{R_{1,2}}}{M_{R_3}} = \left| \frac{\lambda_{\nu_{R_{1,2}}}}{\lambda_{\nu_{R_3}}} \right|. \quad (1.26)$$

Biểu thức (1.24) cho biết rằng nếu  $v'$  được cố định ở bậc TeV, độ lớn của  $M_R$  vẫn được tham số hóa bởi ba tham số  $M_{R_3}, r_{1,2}$ . Mặt khác, ma trận khối lượng Dirac chứa 9 tham số (nếu các tham số là thực). Hơn nữa, vì đối xứng  $U(1)_{B-L}$  không thể áp đặt thêm bất kỳ ràng buộc nào để giảm số tham số này, tổng số tham số tự do tham gia vào ma trận khối lượng neutrino nhẹ là 12 tham số.

Một sự tham số hóa cho ma trận khối lượng neutrino Dirac có dạng như sau:

$$m_D = \sqrt{M_R} R \sqrt{m_\nu^{diag}} U_{MNS}^\dagger, \quad (1.27)$$

trong đó  $m_\nu^{diag}$  là ma trận khối lượng neutrino vật lý và  $U_{MNS}$  là ma trận trộn lepton. Trong trường hợp  $m_D$  thực,  $R$  là một ma trận trực giao tùy ý có thể được tham số hóa theo ba góc  $\theta_{12,23,13}$ . Trong biểu thức (1.27), sáu tham số không xác định được cung cấp dưới dạng ba tham số  $M_{R_3}, r_{1,2}$  và ba góc  $\theta_{12,23,13}$ . Trong khi đó, thí nghiệm dao động neutrino

mặt trời và neutrino khí quyển cung cấp sáu tham số thực nghiệm bao gồm hai sự khác biệt bình phương khối lượng neutrino ( $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{32}^2$ ), ba góc trộn lepton  $\theta_{12,13,23}^{exp}$  và pha vi phạm CP trong phần lepton  $\delta_{CP}$ . Để xác định các góc  $\theta_{12,23,13}$  và các tham số  $M_{R_3}, r_{1,2}$ , chúng ta cần một đối xứng vị ngoài đối xứng chuẩn mà sẽ được trình bày trong chương 3.

### 1.1.5 Hạn chế của mô hình B-L

Mô hình  $B - L$  là một trong những mở rộng đơn giản nhất của MHC giải thích được vấn đề liên quan đến sự xuất hiện khối lượng của neutrino, dù rất nhỏ. Tuy nhiên, mô hình này cũng gặp phải một số hạn chế trong việc giải thích sự trộn khối lượng của neutrino. Trong đề án này, vấn đề trộn neutrino được giải quyết chủ yếu thông qua hai phương pháp chính là: sử dụng cơ chế seesaw và thêm nhóm gián đoạn vào mô hình B-L.

## 1.2 Cơ chế seesaw giải thích khối lượng neutrino

Nếu neutrino có khối lượng theo cơ chế phá vỡ đối xứng trong MHC thì phải có khối lượng cỡ MeV (bậc khối lượng của electron-hạt lepton nhẹ nhất). Tuy nhiên, thực nghiệm cho thấy khối lượng neutrino rất nhỏ, cỡ eV [3]. Vì vậy, cần có cơ chế giải thích cho tính nhỏ bé của khối lượng neutrino. Trong mục này chúng tôi trình bày cơ chế nổi tiếng nhất cho sự giải thích này, đó là cơ chế see-saw, có nội dung như sau:

Xét trường Majorana  $\chi_L$ ,

$$\chi_L = \Psi_L + \Psi_L^C, \quad (1.28)$$

trong đó,  $\Psi_L^C \equiv (\Psi_R)^C$  nên  $\chi_L$  thỏa mãn điều kiện  $\chi_L^C = \chi_L$ . Số hạng khối lượng bất biến Lorentz trái-trái có dạng:

$$a\bar{\chi}_L\chi_L = a(\bar{\Psi}_L\Psi_L^C + \bar{\Psi}_L^C\Psi_L), \quad (1.29)$$

trong đó chúng ta đã sử dụng ký hiệu  $\bar{\Psi}_L^C \equiv \overline{(\Psi_R)^C}$  với  $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$  là ký hiệu liên hợp Dirac của  $\Psi$ . Chúng ta dễ dàng chứng tỏ được rằng số

hạng  $\bar{\chi}_L \chi_L$  ở (1.29) luôn khác không. Thật vậy, ta có:

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_L \Psi_L^C &= [(P_L \Psi)^+ \gamma^0] \Psi_L^C = [(P_L \Psi)^+ \gamma^0] P_R \gamma^0 C \Psi^* \\ &= \Psi^+ P_L \gamma^0 P_R \gamma^0 C \Psi^* = \Psi^+ P_L C \Psi^* \neq 0.\end{aligned}\quad (1.30)$$

Tương tự, số hạng khối lượng bất biến Lorentz phải-phải có dạng:

$$b \bar{\chi}_R \chi_R = b (\bar{\Psi}_R \Psi_R^C + \bar{\Psi}_R^C \Psi_R), \quad (1.31)$$

với  $\chi_R = \Psi_R + \Psi_R^C$ ,  $\chi_R^C = \chi_R$ . Biểu thức (1.29) và (1.31) gọi là số hạng khối lượng Majorana,

$$\mathcal{L}_{Majorana}^{mass} = a \bar{\chi}_L \chi_L + b \bar{\chi}_R \chi_R. \quad (1.32)$$

Mặt khác, ta có số hạng khối lượng Dirac của  $\chi$  có dạng:

$$\mathcal{L}_{Dirac}^{mass} = M_D (\bar{\chi}_L \chi_R + \bar{\chi}_R \chi_L). \quad (1.33)$$

Kết hợp (1.32) và (1.33) ta có biểu thức Lagrange khối lượng neutrino:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\nu^{mass} &= \mathcal{L}_{Dirac}^{mass} + \mathcal{L}_{Majorana}^{mass} \\ &= M_D (\bar{\chi}_R \chi_L + \bar{\chi}_L \chi_R) + a \bar{\chi}_L \chi_L + b \bar{\chi}_R \chi_R.\end{aligned}\quad (1.34)$$

Lagrangian khối lượng (1.34) có thể được viết lại trong dạng ma trận:

$$\mathcal{L}_\nu^{mass} = (\bar{\chi}_L \ \bar{\chi}_R) \begin{pmatrix} a & M_D \\ M_D & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_L \\ \chi_R \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Nếu  $a \simeq 0$  và  $b = M_R \gg M_D$ , khi đó (1.34) trở thành

$$\mathcal{L}_\nu^{mass} = M_D (\bar{\chi}_R \chi_L + \bar{\chi}_L \chi_R) + M_R \bar{\chi}_R \chi_R. \quad (1.36)$$

Từ (1.35) ta thu được ma trận khối lượng neutrino:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} a & M_D \\ M_D & b \end{pmatrix}. \quad (1.37)$$

Chéo hóa ma trận khối lượng  $M_\nu$  ở biểu thức (1.37), ta thu được các khối lượng:

$$M_{1,2} = \frac{1}{2} \left( a + b \mp \sqrt{(a-b)^2 + 4M_D^2} \right). \quad (1.38)$$

Xét trường hợp  $a \approx 0$  và  $M_D \ll b$ , sử dụng khai triển gần đúng  $\sqrt{b^2 + 4M_D^2} \approx b \left( 1 + \frac{2M_D^2}{b^2} \right)$ , biểu thức (1.38) trở thành:

$$\begin{aligned} M_1 &\approx -\frac{M_D^2}{b} = -M_D M_R^{-1} M_D, \\ M_2 &\approx b = M_R. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Khối lượng

$$M_1 = -M_D M_R^{-1} M_D \quad (M_D \ll M_R) \quad (1.40)$$

ứng với nghiệm riêng

$$\chi_1 \approx \chi_L - \frac{M_D}{M_R} \chi_R \quad (1.41)$$

chủ yếu chứa  $\chi_L$ . Khối lượng  $M_2 \approx M_R$  ứng với nghiệm riêng

$$\chi_2 \approx \chi_R + \frac{M_D}{M_R} \chi_L \quad (1.42)$$

chủ yếu  $\chi_R$ . Như vậy, Lagrangian (1.36) gồm hai số hạng khối lượng:

$$\mathcal{L}_{\nu \text{ mass}} = M_1 \bar{\chi}_1 \chi_1 + M_2 \bar{\chi}_2 \chi_2. \quad (1.43)$$

Khi  $M_R \simeq M_{\text{GUT}} \approx 10^{15}$  GeV, ta có hai trường hợp Majorana: Majorana trái với khối lượng rất nhỏ và Majorana phải có khối lượng rất lớn. Có thể coi các trường Majorana trái và Majorana phải là hai trường độc lập. Trong trường hợp tổng quát  $M_D, M_L, M_R$  có thể là một ma trận. Khi đó việc tổng quát hóa là (1.40) hoàn toàn tương tự bằng việc thay số bởi ma trận.

Cơ chế see-saw có thể giải thích tính nhỏ bé của khối lượng neutrino, theo biểu thức (1.39), nhưng không thể giải thích dữ liệu chuyển hóa neutrino theo thực nghiệm.

### 1.3 Tham số hoá cho kịch bản dao động ba neutrino

Trong vật lý hạt, sự tồn tại của khối lượng nhỏ của neutrino và hiện tượng dao động giữa các trạng thái vị thế của neutrino đã mở ra những vấn đề quan trọng trong việc khám phá các cơ chế mới ngoài Mô hình chuẩn. Dao động neutrino, được phát hiện qua các thí nghiệm thực nghiệm, cho thấy rằng các trạng thái vị thế neutrino ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) không phải là các trạng thái khối lượng riêng rẽ, mà là sự trộn lẫn của các trạng thái khối lượng ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ). Để mô tả chính xác quá trình này, kịch bản dao động ba neutrino được xây dựng thông qua một ma trận trộn, gọi là ma trận PMNS (Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata). Các tham số cơ bản trong kịch bản này bao gồm ba góc trộn, hai chênh lệch khối lượng bình phương và một pha Dirac, cùng với hai pha Majorana nếu neutrino là hạt Majorana.

#### *Ma trận trộn PMNS và tham số hóa*

Ma trận PMNS là một ma trận đơn vị  $3 \times 3$  mô tả sự trộn giữa các trạng thái vị thế và trạng thái khối lượng của neutrino. Quá trình này được tham số hóa bởi ba góc trộn:  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ , tương ứng với sự trộn giữa các trạng thái khối lượng khác nhau của neutrino. Các góc này tương tự như các tham số trộn trong ma trận CKM của quark, nhưng với các giá trị và ý nghĩa khác nhau trong trường hợp của neutrino.

#### *Khối lượng chênh lệch và phân cấp khối lượng*

Một yếu tố quan trọng khác trong kịch bản dao động ba neutrino là sự chênh lệch khối lượng giữa các trạng thái khối lượng ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ). Sự khác biệt về bình phương khối lượng của các trạng thái này quyết định tần số dao động của neutrino khi chúng di chuyển qua không gian. Thông thường, hai tham số chênh lệch khối lượng chính được sử dụng để mô tả sự dao động này:  $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2$  và  $\Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2$ .

Cấu trúc khối lượng của neutrino có thể tồn tại dưới hai dạng: phân cấp khối lượng bình thường (normal hierarchy) hoặc phân cấp khối lượng

ngược (inverted hierarchy). Trong phân cấp bình thường,  $m_3$  là khối lượng lớn nhất, trong khi phân cấp ngược cho thấy  $m_3$  có khối lượng nhỏ nhất. Hiểu rõ sự phân cấp này là một trong những thách thức lớn trong nghiên cứu dao động neutrino, vì nó liên quan trực tiếp đến bản chất khối lượng của các hạt này và sự vi phạm đối xứng CP.

#### *Pha Dirac và vi phạm CP*

Một trong những tham số quan trọng trong ma trận trộn PMNS là pha Dirac  $\delta_{CP}$ , tham số này có khả năng gây ra sự vi phạm đối xứng CP trong các quá trình liên quan đến neutrino. Vi phạm đối xứng CP là một trong những vấn đề lớn trong vật lý hạt vì nó có thể giúp giải thích sự không cân bằng giữa vật chất và phản vật chất trong vũ trụ. Thực nghiệm đã và đang tiếp tục đo đạc pha Dirac này, và các kết quả ban đầu gợi ý rằng vi phạm CP có thể tồn tại trong dao động neutrino, mặc dù giá trị chính xác của  $\delta_{CP}$  vẫn chưa được xác định rõ [3].

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

trong đó,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  và  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  là các hàm lượng giác của các góc trộn  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ .

#### *Pha Majorana và bản chất của neutrino*

Nếu neutrino là hạt Majorana (tức là hạt và phản hạt của chúng là giống nhau), ma trận PMNS sẽ có thêm hai pha Majorana. Các pha này không ảnh hưởng đến các dao động neutrino trong các thí nghiệm hiện tại, nhưng chúng có thể xuất hiện trong các quá trình vi phạm số lepton, chẳng hạn như phân rã beta kép không neutrino. Việc xác định liệu neutrino có phải là hạt Majorana hay không là một trong những câu hỏi lớn nhất trong vật lý neutrino hiện đại.

Kịch bản dao động ba neutrino cung cấp một khung lý thuyết mạnh



mẽ để mô tả sự trộn và dao động của các trạng thái vị thế và khối lượng của neutrino. Các tham số như góc trộn, chênh lệch khối lượng, và pha Dirac đóng vai trò quan trọng trong việc giải thích các hiện tượng quan sát được trong các thí nghiệm dao động neutrino. Ngoài ra, khả năng vi phạm đối xứng CP và sự tồn tại của các pha Majorana mở ra những cơ hội mới để khám phá các hiện tượng vật lý vượt ra ngoài Mô hình chuẩn. Thông qua các thí nghiệm trong tương lai, việc xác định chính xác các tham số này sẽ giúp chúng ta hiểu rõ hơn về bản chất của neutrino cũng như các hiện tượng cơ bản trong vũ trụ.

#### 1.4 Nhóm đối xứng $S_3$

Nhóm  $S_3$  là nhóm hoán vị của ba phần tử, hay còn gọi là nhóm đối xứng cấp 3. Đây là nhóm nhỏ nhất không phải là nhóm Abel, tức là không giao hoán. Nhóm  $S_3$  bao gồm tất cả các phép hoán vị có thể của ba vật. Về mặt lý hình học,  $S_3$  là nhóm đối xứng của một tam giác, tức là nhóm các phép biến đổi đối xứng (quay và phản xạ) của tam giác [7].

Nhóm đối xứng  $S_3$  là nhóm hoán vị của 3 vật, có 3 biểu diễn tối giản không tương đương, bao gồm 2 biểu diễn tối giản 1 chiều (ký hiệu là  $\mathbf{1}$  và  $\mathbf{1}'$ ) và một biểu diễn 2 chiều (ký hiệu là  $\mathbf{2}$ ). Gọi  $\mathbf{2}(x_1, x_2)^T$  và  $\mathbf{2}(y_1, y_2)^T$  là các vector cơ sở ứng với các lưỡng tuyến của nhóm  $S_3$ ,  $\mathbf{1}(y)$  và  $\mathbf{1}'(y)$  lần lượt là các đơn tuyến của  $S_3$ . Quy luật biến đổi của các tích tensor của nhóm  $S_3$  có dạng như sau:

$$\begin{aligned}\mathbf{1}(x) \times \mathbf{1}(y) &= \mathbf{1}(xy), \quad \mathbf{1}(x) \times \mathbf{1}'(y') = \mathbf{1}'(xy'), \\ \mathbf{1}'(x') \times \mathbf{1}'(y') &= \mathbf{1}(x'y'),\end{aligned}\tag{1.44}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{1}(x) \otimes \mathbf{2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \mathbf{2} \begin{pmatrix} xy_1 \\ xy_2 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{1}'(x') \times \mathbf{2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \mathbf{2} \begin{pmatrix} -x'y_2 \\ x'y_1 \end{pmatrix},\end{aligned}\tag{1.45}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{2} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \times \mathbf{2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \mathbf{1} (x_1 y_1 + x_2 y_2) + \mathbf{1}' (x_1 y_2 - x_2 y_1) \\ &+ \mathbf{2} \begin{pmatrix} x_2 y_2 - x_1 y_1 \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

## Chương 2. Đối tượng, nội dung và phương pháp nghiên cứu

### 2.1 Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu của đề án này là:

- Mô hình chuẩn, mô hình B-L và tồn tại của chúng mà đề tài tập trung giải quyết đó là khối lượng và trộn lepton dạng co-bimaximal.
- Khối lượng và trộn lepton trong mô hình B-L với nhóm  $S_3 \times Z_2$ .

### 2.2 Phạm vi nghiên cứu

Có nhiều phiên bản của mô hình  $B - L$  khác nhau và có nhiều nhóm gián đoạn khác nhau nhưng đề tài chỉ giới hạn xây dựng mô hình B-L đề xuất bởi S.Khalil và cộng sự [6] nhằm giải thích khối lượng và trộn gần co-bimaximal trong mô hình B-L với nhóm  $S_3 \times Z_2$ .

### 2.3 Nội dung nghiên cứu

Xây dựng mô hình lý thuyết dựa trên nhóm gián đoạn  $S_3 \times Z_2$  mở rộng mô hình B-L để giải thích kết quả thực nghiệm về khối lượng và pha trộn lepton dạng gần *co-bimaximal*.

### 2.4 Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu được sử dụng là phương pháp nghiên cứu lý thuyết. Chúng tôi trình bày tóm tắt nội dung cơ bản của MHC và mô hình B-L bao gồm sự sắp xếp hạt trong mô hình, khối lượng và trộn lepton, những thành công và hạn chế của mô hình, và trình bày các đặc trưng cơ bản của nhóm  $S_3$ . Từ đó, kết hợp nhóm gián đoạn  $S_3$  và mô hình B-L để xây dựng biểu thức giải tích về khối lượng và trộn lepton. Đồng thời, so sánh kết quả thu được từ mô hình với kết quả thực nghiệm.

## Chương 3. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

### 3.1 Cấu trúc hạt của mô hình B - L với nhóm đối xứng $S_3 \times Z_2$

Cấu trúc hạt của mô hình chúng tôi xem xét có các đặc điểm sau:

- Phần vô hướng của mô hình  $B - L$  được mở rộng thành ba lưỡng tuyến của nhóm  $SU(2)_L$  ( $H_1, H_2, H_3$ ) và các đơn tuyến ( $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ).
- Đối với lepton, sự định hướng của 3 thế hệ lepton được thực hiện như sau:
  - Các lepton thế hệ thứ nhất thực hiện biểu diễn 1 chiều **1** của nhóm  $S_3$ .
  - Các lepton thế hệ thứ hai và thế hệ thứ 3 thực hiện biểu diễn 2 chiều **2** của nhóm  $S_3$ .
- Về phần vô hướng, các vô hướng thứ nhất và thứ hai ( $H_1, H_2, \phi_1, \phi_2$ ) cùng thực hiện biểu diễn **2** của  $S_3$  và các vô hướng thứ 3 ( $H_3, \phi_3$ ) thực hiện biểu diễn 1 chiều **1** của  $S_3$ .
- Ngoài ra, để cấm một số các số hạng tương tác Yukawa, đối xứng  $Z_2$  được giới thiệu thêm so với  $S_3$ .

Các trường lepton và đặc trưng của chúng được tổng kết trong Bảng 3.1, và các trường vô hướng và đặc trưng của chúng được tổng kết trong Bảng 3.2.

Bảng 3.1: Các lepton của mô hình ( $J = 2, 3$ ).

	$L_1$	$L_J = (L_2, L_3)$	$l_{1R}$	$l_{JR} = (l_{2R}, l_{3R})$	$\nu_{1R}$	$\nu_{JR} = (\nu_{2R}, \nu_{3R})$
$SU(2)_L$	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
$U(1)_Y$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	0	0
$U(1)_{B-L}$	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$S_3$	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
$Z_2$	-1	1	-1	1	-1	1

Bảng 3.2: Các vô hướng của mô hình ( $I = 1, 2$ ).

	$H_I = (H_1, H_2)$	$H_3$	$\phi_I = (\phi_1, \phi_2)$	$H_3, \phi_3$
$SU(2)_L$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$U(1)_Y$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$0$	$0$
$U(1)_{B-L}$	$0$	$0$	$2$	$2$
$S_3$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$
$Z_2$	$1$	$1$	$-1$	$1$

Tương tác Yukawa sinh khối lượng lepton có dạng:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y = & y_1^e \bar{L}_1 H_3 l_{1R} + y_2^e [(\bar{L}_2 H_2 + \bar{L}_3 H_1) l_{2R} + (\bar{L}_2 H_1 - \bar{L}_3 H_2) l_{3R}] \\
& + y_3^e [\bar{L}_2 H_3 l_{2R} + \bar{L}_3 H_3 l_{3R}] \\
& + y_1^D \bar{L}_1 \tilde{H}_3 \nu_{1R} + y_2^D [(\bar{L}_2 \tilde{H}_2 + \bar{L}_3 \tilde{H}_1) \nu_{2R} + (\bar{L}_2 \tilde{H}_1 - \bar{L}_3 \tilde{H}_2) \nu_{3R}] \\
& + \frac{y_1^N}{2} \bar{\nu}_{1R}^c \phi_3 \nu_{1R} + \frac{y_2^N}{2} [\bar{\nu}_{1R}^c (\phi_1 \nu_{2R} + \phi_2 \nu_{3R}) + (\bar{\nu}_{2R}^c \phi_1 + \bar{\nu}_{3R}^c \phi_2) \nu_{1R}] \\
& + \frac{y_3^N}{2} (\bar{\nu}_{2R}^c \phi_3 \nu_{2R} + \bar{\nu}_{3R}^c \phi_3 \nu_{3R}) + h.c., \tag{3.1}
\end{aligned}$$

trong đó,  $y_1^e, y_2^e, y_3^e; y_1^D, y_2^D, y_3^D; y_1^N, y_2^N$  và  $y_3^N$  là các hằng số tương tác Yukawa.

Trung bình chân không của các vô hướng được chọn như sau:

$$\langle H_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ i v_2 \end{pmatrix}, \quad \langle H_3 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_3 \end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

$$\langle \phi_2 \rangle = \langle \phi_1 \rangle = v_{\phi_1}, \quad \langle \phi_3 \rangle = v_{\phi_3}. \tag{3.3}$$

### 3.2 Khối lượng và pha trộn lepton dạng gần co-bimaximal trong mô hình $B - L$ với nhóm $S_3 \times Z_2$ .

Sau khi phá vỡ đối xứng, nghĩa là các trường vô hướng nhận trung bình chân không của chúng như ở các biểu thức (3.2) và (3.3), chúng tôi

thu được biểu thức Lagrange khối lượng như sau:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{\text{kl}} &= y_1^e v_3 \bar{l}_{1L} l_{1R} + y_2^e [(iv_2 \bar{l}_{2L} + v_1 \bar{l}_{3L}) l_{2R} + (v_1 \bar{l}_{2L} - iv_2 \bar{l}_{3L}) l_{3R}] \\
&\quad + y_3^e (v_3 \bar{l}_{2L} l_{2R} + v_3 \bar{l}_{3L} l_{3R}) \\
&\quad + y_1^D v_3 \bar{\nu}_{1L} \nu_{1R} + y_2^D [(-iv_2 \bar{\nu}_{2L} + \bar{\nu}_{3L} v_1) \nu_{2R} + (\bar{\nu}_{2L} v_1 + iv_2 \bar{\nu}_{3L}) \nu_{3R}] \\
&\quad + \frac{y_1^N}{2} v_{\phi_3} \bar{\nu}_{1R}^c \nu_{1R} + \frac{y_2^N}{2} v_{\phi_1} [\bar{\nu}_{1R}^c (\nu_{2R} + \nu_{3R}) + (\bar{\nu}_{2R}^c + \bar{\nu}_{3R}^c) \nu_{1R}] \\
&\quad + \frac{y_3^N}{2} v_{\phi_3} (\bar{\nu}_{2R}^c \nu_{2R} + \bar{\nu}_{3R}^c \nu_{3R}) + h.c. \\
&\equiv \bar{l}_{iL} (\mathbf{M}_e)_{ij} l_{jR} + \bar{\nu}_{iL} (\mathbf{M}_D)_{ij} \nu_{jR} + \frac{1}{2} \bar{\nu}_{iR}^c (\mathbf{M}_R)_{ij} \nu_{jR} + h.c. \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Đồng nhất các số hạng tương ứng trong biểu thức (3.4) chúng tôi thu được các ma trận khối lượng lepton mang điện, ma trận khối lượng neutrino Dirac và ma trận khối lượng neutrino Majorana như sau:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_e &= \begin{pmatrix} a_e & 0 & 0 \\ 0 & c_e + ib_e & d_e \\ 0 & d_e & c_e - ib_e \end{pmatrix}, \\
\mathbf{M}_D &= \begin{pmatrix} a_D & 0 & 0 \\ 0 & c_D - ib_D & d_D \\ 0 & d_D & c_D + ib_D \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_R = \begin{pmatrix} a_R & b_R & b_R \\ b_R & c_R & 0 \\ b_R & 0 & c_R \end{pmatrix}, \quad (3.5)
\end{aligned}$$

trong đó,

$$\begin{aligned}
a_e &= y_1^e v_3, & c_e &= y_3^e v_3, & b_e &= y_2^e v_2, & d_e &= y_2^e v_1, \\
a_D &= y_1^D v_3, & c_D &= y_3^D v_3, & b_D &= y_2^D v_2, & d_D &= y_2^D v_1, \\
a_R &= y_1^N v_{\phi_3}, & b_R &= y_2^N v_{\phi_1}, & c_R &= y_3^N v_{\phi_3}. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

Trước tiên, chúng tôi xét phần lepton mang điện. Nói chung, các hằng số tương tác Yukawa là số phức nên ma trận khối lượng lepton mang

điện  $\mathbf{M}_e$  là ma trận phức. Chúng tôi viết lại  $\mathbf{M}_e$  dưới dạng như sau:

$$\mathbf{M}_e = \begin{pmatrix} a_e & 0 & 0 \\ 0 & A_e & d_e \\ 0 & d_e & B_e \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

trong đó,  $A_e = c_e + ib_e$  and  $B_e = c_e - ib_e$ . Chéo hoá ma trận  $\mathbf{M}_e$  bởi các thao tác  $\mathbf{U}_{eL} = \mathbf{P}_e \mathbf{O}_e$  và  $\mathbf{U}_{eR} = \mathbf{P}_e^\dagger \mathbf{O}_e$  với  $\hat{\mathbf{M}}_e = \text{Diag.}(m_e, m_\mu, m_\tau) = \mathbf{U}_{eL}^\dagger \mathbf{M}_e \mathbf{U}_{eR}$ . Chúng ta hoàn toàn thu được:

$$\mathbf{O}_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ 0 & -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_e = \text{Diag.}(e^{i\eta_e}, e^{i\eta_\mu}, e^{i\eta_\tau}), \quad (3.8)$$

$$\eta_e = \frac{\arg(a_e)}{2}, \quad \eta_\mu = \frac{\arg(A_e)}{2}, \quad \eta_\tau = \frac{\arg(B_e)}{2}, \quad \eta_\mu + \eta_\tau = \arg(b_e). \quad (3.9)$$

Đồng thời chúng ta rút ra được:

$$\cos \theta_e = \sqrt{\frac{m_\tau - |A_e|}{m_\tau - m_\mu}}, \quad \sin \theta_e = \sqrt{\frac{|A_e| - m_\mu}{m_\tau - m_\mu}}, \quad (3.10)$$

trong đó,  $m_\mu < |A_e| < m_\tau$ .

Tiếp theo, chúng tôi xét phần neutrino. Ma trận khối lượng neutrino hiệu dụng được xác định bằng cơ chế seesaw loại I,

$$\mathbf{M}_\nu = -\mathbf{M}_D \mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{M}_D^T. \quad (3.11)$$

Từ biểu thức của  $M_R$  ở (3.5) ta tính được ma trận nghịch đảo của nó:

$$\mathbf{M}_R^{-1} = \begin{pmatrix} \mathcal{X} & -\mathcal{Y} & -\mathcal{Y} \\ -\mathcal{Y} & \mathcal{W} & \mathcal{Z} \\ -\mathcal{Y} & \mathcal{Z} & \mathcal{W} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

trong đó,

$$\begin{aligned}\mathcal{X} &= \frac{c_R^2}{|\mathbf{M}_R|}, \quad \mathcal{Y} = \frac{b_R c_R}{|\mathbf{M}_R|}, \\ \mathcal{W} &= \frac{(a_R c_R - b_R^2)}{|\mathbf{M}_R|}, \quad \mathcal{Z} = \frac{b_R^2}{|\mathbf{M}_R|},\end{aligned}\tag{3.13}$$

với  $|\mathbf{M}_R|$  là định thức của ma trận  $\mathbf{M}_R$ . Từ đó, ma trận khối lượng neutrino hiệu dụng,  $\mathbf{M}_\nu$ , có dạng tường minh như sau:

$$\mathbf{M}_\nu \equiv \begin{pmatrix} A_\nu & B_\nu & B_\nu^* \\ B_\nu & C_\nu^* & D_\nu \\ B_\nu^* & D_\nu & C_\nu \end{pmatrix},\tag{3.14}$$

trong đó,

$$\begin{aligned}A_\nu &= \mathcal{X} a_D^2, \quad B_\nu = -\mathcal{Y} a_D [c_D + d_D - i b_D], \\ C_\nu &= \mathcal{W} [(c_D + i b_D)^2 + d_D^2] + 2\mathcal{Z} d_D [c_D + i b_D], \\ D_\nu &= 2\mathcal{W} d_D c_D + \mathcal{Z} [b_D^2 + c_D^2 + d_D^2].\end{aligned}\tag{3.15}$$

Ma trận khối lượng  $\mathbf{M}_\nu$  ở biểu thức (3.14) là ma trận được chéo hóa bởi ma trận co-bimaximal nếu các hằng số tương tác Yukawa Dirac và giá trị trung bình chân không của các vô hướng là những số thực.

Chúng ta biết rằng  $\mathbf{M}_\nu$  được chéo hoá dưới dạng:

$$\mathbf{U}_\nu = \mathbf{U}_\alpha \mathbf{O}_{23} \mathbf{O}_{13} \mathbf{O}_{12} \mathbf{U}_\beta,\tag{3.16}$$

trong đó,

$$\hat{\mathbf{M}}_\nu = \text{diag.} (|m_1|, |m_2|, |m_3|) = \mathbf{U}_\nu^\dagger \mathbf{M}_\nu \mathbf{U}_\nu^*.\tag{3.17}$$

Ma trận  $\mathbf{U}_\alpha$  là ma trận chéo chứa các pha không vật lý,  $\mathbf{U}_\alpha = \text{diag.} (e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}, e^{i\alpha_3})$ , có thể bị loại bỏ bởi các trường lepton, trong khi đó, ma trận  $\mathbf{U}_\beta$  là ma trận chéo, chứa các pha Majorana,  $\mathbf{U}_\beta = \text{diag.} (1, e^{i\beta_1}, e^{i\beta_2})$ .



Mặt khác, các ma trận  $\mathbf{O}_{12}$ ,  $\mathbf{O}_{23}$  và  $\mathbf{O}_{13}$  có dạng:

$$\mathbf{O}_{13} = \begin{pmatrix} \cos \rho_{13} & 0 & \sin \rho_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \rho_{13} e^{i\delta} & 0 & \cos \rho_{13} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{O}_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho_{23} & \sin \rho_{23} \\ 0 & -\sin \rho_{23} & \cos \rho_{23} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{O}_{12} = \begin{pmatrix} \cos \rho_{12} & \sin \rho_{12} & 0 \\ -\sin \rho_{12} & \cos \rho_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

với

$$\rho_{23} = \frac{\pi}{4}, \quad \delta = -\frac{\pi}{2}, \quad (3.19)$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 = 0, \quad \alpha_2 = \pi, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2}. \quad (3.20)$$

Từ các biểu thức (3.14)-(3.20) chúng tôi thu được mối liên hệ giữa các phần tử của ma trận  $\mathbf{M}_\nu$  với các khối lượng neutrino  $m_1, m_2, m_3$  và các góc trộn  $\rho_{12}, \rho_{13}$  và  $\rho_{23}$  như sau:

$$\begin{aligned} A_\nu &= |m_3| \sin^2 \rho_{13} + \cos^2 \rho_{13} [ |m_1| \cos^2 \rho_{12} + |m_2| \sin^2 \rho_{12} ], \\ B_\nu &= \frac{\cos \rho_{13}}{\sqrt{2}} [ (|m_1| - |m_2|) \cos \rho_{12} \sin \rho_{12} \\ &\quad + i \sin \rho_{13} (|m_3| - |m_1| \cos^2 \rho_{12} - |m_2| \sin^2 \rho_{12}) ], \\ C_\nu &= \frac{1}{2} [ |m_2| (\cos \rho_{12} - i \sin \rho_{13} \sin \rho_{12})^2 \\ &\quad + |m_1| (\sin \rho_{12} + i \cos \rho_{12} \sin \rho_{13})^2 - |m_3| \cos^2 \rho_{13} ], \\ D_\nu &= \frac{1}{2} [ |m_2| (\cos^2 \rho_{12} + \sin^2 \rho_{13} \sin^2 \rho_{12}) \\ &\quad + |m_1| (\sin^2 \rho_{12} + \cos^2 \rho_{12} \sin^2 \rho_{13}) + |m_3| \cos^2 \rho_{13} ]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Cuối cùng, chúng tôi thu được ma trận làm chéo hóa ma trận neutrino,

$$\mathbf{U}_\nu = \begin{pmatrix} \cos \rho_{13} \cos \rho_{12} & \cos \rho_{13} \sin \rho_{12} & -\sin \rho_{13} \\ \frac{\sin \rho_{12} - i \cos \rho_{12} \sin \rho_{13}}{\sqrt{2}} & -\frac{\cos \rho_{12} + i \sin \rho_{12} \sin \rho_{13}}{\sqrt{2}} & -i \frac{\cos \rho_{13}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin \rho_{12} + i \cos \rho_{12} \sin \rho_{13}}{\sqrt{2}} & -\frac{\cos \rho_{12} - i \sin \rho_{12} \sin \rho_{13}}{\sqrt{2}} & i \frac{\cos \rho_{13}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Như có thể nhận thấy, nếu  $\rho_{13} = 0$ , điều này sẽ ngụ ý sự hiện diện của đối xứng  $\mu \leftrightarrow \tau$  trong ma trận đối xứng  $\mathbf{M}_\nu$  hoặc sự hoán đổi vị trí  $2 \leftrightarrow 3$ , do ma trận khối lượng lepton tích điện không phải là ma trận chéo hoá.

Ma trận trộn lepton được định nghĩa theo biểu thức

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_e^\dagger \mathbf{U}_\nu. \quad (3.23)$$

Khi đó, kết hợp các biểu thức (3.9), (3.22) và (3.23) chúng tôi thu được các phần tử của ma trận  $\mathbf{U}$  như sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{11} &= (\mathbf{U}_\nu)_{11} e^{-i\eta_e}; \\ \mathbf{U}_{12} &= (\mathbf{U}_\nu)_{12} e^{-i\eta_e}; \\ \mathbf{U}_{13} &= (\mathbf{U}_\nu)_{13} e^{-i\eta_e}; \\ \mathbf{U}_{21} &= [\cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{21} - \sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{31} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}; \\ \mathbf{U}_{22} &= [\cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{22} - \sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{32} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}; \\ \mathbf{U}_{23} &= [\cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{23} - \sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{33} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}; \\ \mathbf{U}_{31} &= [\sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{21} + \cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{31} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}; \\ \mathbf{U}_{32} &= [\sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{22} + \cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{32} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}; \\ \mathbf{U}_{33} &= [\sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{23} + \cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{33} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{U}_{33} = [\sin \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{23} + \cos \theta_e (\mathbf{U}_\nu)_{33} e^{-i\eta_\nu}] e^{-i\eta_\mu}. \quad (3.25)$$

với  $\eta_\nu \equiv \eta_\tau - \eta_\mu$ .

Kết quả là, các biểu thức cho các góc trộn được thu nhận bằng cách so sánh công thức lý thuyết của chúng tôi đưa ra với các tham số chuẩn của ma trận trộn lepton:

$$\sin^2 \theta_{13} = |(\mathbf{U})_{13}|^2 = \sin^2 \rho_{13}, \quad (3.26)$$

$$\sin^2 \theta_{23} = \frac{|(\mathbf{U})_{23}|^2}{1 - |(\mathbf{U})_{13}|^2} = \frac{1}{2} [1 + \sin 2\theta_e \cos \eta_\nu], \quad (3.27)$$

$$\sin^2 \theta_{12} = \frac{|(\mathbf{U})_{12}|^2}{1 - |\mathbf{U}_{13}|^2} = \sin^2 \rho_{12}. \quad (3.28)$$

Ngoài ra, bất biến Jarlskog có thể được tính toán một cụ thể và có thể dễ dàng kiểm chứng, bằng cách sử dụng các biểu thức (3.22) và (3.26)-(3.28), chúng tôi thu được

$$\begin{aligned} \sin \delta_{CP} &= \frac{\text{Im} [(\mathbf{U})_{23}(\mathbf{U})_{13}^*(\mathbf{U})_{12}(\mathbf{U})_{22}^*]}{\sin \theta_{12} \cos \theta_{12} \sin \theta_{23} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} \cos \theta_{13}^2} \\ &= -\frac{\cos 2\theta_e}{\sqrt{1 - \sin^2 2\theta_e \cos^2 \eta_\nu}}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.3 Kết quả phân tích số

Từ những biểu thức thu được như trên, ta có thể thấy rằng, các góc phản ứng bị ảnh hưởng bởi neutrino. Các neutrino này liên quan trực tiếp đến các tham số lần lượt  $\rho_{13}$  và  $\rho_{12}$ . Ngoài ra, góc khí quyển lệch ra khỏi giá trị  $\pi/4$ , là do sự ảnh hưởng của các lepton mang điện, như đã dự đoán ban đầu. Biết rằng, độ lớn của ma trận trộn PMNS phụ thuộc vào 4 tham số tự do  $\rho_{12}$ ,  $\rho_{13}$ ,  $\theta_e$  (hoặc  $|A_e|$ ) và pha tương đối  $\eta_\nu$ . Tuy nhiên,  $\rho_{13} = \theta_{13}$  và  $\rho_{12} = \theta_{12}$  nên chỉ còn 2 tham số tự do là  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$ . Hai tham số tự do này cần được làm kiểm chứng thực nghiệm để cho giá trị cụ thể, từ đó tìm ra được các giá trị của ma trận trộn PMNS. Trước khi thực hiện điều này, đáng chú ý là các giá trị cực hạn của các tham số đã đề cập và những hệ quả của chúng đối với góc khí quyển và pha Dirac vi phạm đối xứng CP.

- Nếu pha hiệu dụng  $\eta_\nu$  bằng 0 (hoặc  $\pi$ ) thì  $\theta_{23}$  sẽ nằm ở góc phân tư thứ 2 (hoặc thứ 3) và  $\delta_{CP} = -\frac{\pi}{2}$ .
- Nếu pha hiệu dụng  $\eta_\nu$  bằng  $\frac{\pi}{2}$  thì  $\theta_{23}$  bằng chính xác  $\frac{\pi}{4}$  và  $\delta_{CP}$  sẽ lệch khỏi giá trị cực đại  $-\frac{\pi}{2}$ .
- Nếu tham số  $|A_e| \simeq m_\mu$ , thì  $\theta_{23}$  và  $\delta_{CP}$  sẽ nhận các giá trị cực đại,

$$\theta_{23} = \frac{\pi}{4} \text{ và } \delta_{CP} = -\frac{\pi}{2}.$$

- Nếu  $|A_e| \cong m_\tau$  thì  $\theta_{23}$  sẽ bằng  $\frac{\pi}{4}$  và  $\delta_{CP} = \frac{\pi}{2}$ .
- Nếu  $|A_e| = (m_\mu + m_\tau)/2$  ( $\theta_e = \pi/4$ ), thì  $\theta_{23}$  sẽ nằm ở góc phần tư thứ 1 (hoặc thứ 4)  $\delta_{CP} = \pi$  hoặc  $2\pi$ .

Tóm lại, góc trộn  $\theta_{23}$  và pha Dirac lần lượt khác giá trị  $\frac{\pi}{4}$  và  $\frac{3\pi}{2}$ . Do đó, các đồ thị sẽ được thực hiện để tìm ra toàn bộ tập hợp các giá trị cho phép của các tham số tự do ( $|A_e|$  và  $\eta_\nu$ ) phù hợp với khoảng sai số  $3\sigma$  của các tham số thực nghiệm. Trong đề án này, khối lượng của lepton mang điện, các góc pha trộn neutrino và pha Dirac được xem xét.

Ở thang đo điện yếu, khối lượng các lepton mang điện có giá trị [3]:

$$\begin{aligned} m_e &= 0.48307 \pm 0.00045 \text{ MeV}, \quad m_\mu = 101.766 \pm 0.023 \text{ MeV}, \\ m_\tau &= 1728.56 \pm 0.28 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Mặt khác, khối lượng neutrino thực nghiệm được đo đến giới hạn  $3\sigma$  được cho trong Bảng 1.

Từ các phương trình (3.29) và (3.26)-(3.28), chúng tôi thay đổi tùy ý các tham số tự do trong phạm vi cho phép của chúng để phù hợp với các giá trị quan sát được trong khoảng sai số  $3\sigma$ .

$$\sin^2 \theta_{23} = \frac{1}{2} (1 + \sin 2\theta_e \cos \eta_\nu). \quad (3.31)$$

$$\delta_{CP} = \arcsin \left( -\frac{\cos 2\theta_e}{\sqrt{1 - \sin^2 2\theta_e \cos^2 \eta_\nu}} \right), \quad (3.32)$$

Từ các biểu thức (3.10), (3.31) và (3.32) chúng tôi nhận thấy  $\theta_e$ , góc trộn neutrino khí quyển  $\sin^2 \theta_{23}$  và pha Dirac  $\delta_{CP}$  phụ thuộc và hai tham số  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$ . Hiện nay, mặc dù thực nghiệm chưa xác định được  $\theta_{23}$  lớn hơn hay bé hơn  $\pi/4$  nhưng kết quả xác định giá trị của  $\theta_{23}$  tương đối chính xác [5] (xem Bảng 1). Mặt khác, thực nghiệm cũng chưa xác định được miền giá trị tương đối chính xác của  $\delta_{CP}$  nhưng miền giá trị của nó cũng đã được xác định bởi phân tích toàn cục [5] như được chỉ ra

trong Bảng 1. Vì kết quả quan sát thực nghiệm của  $\theta_{23}$  chính xác hơn so với  $\delta_{CP}$  nên chúng tôi sẽ sử dụng kết quả phân tích toàn cục về  $\theta_{23}$  làm cơ sở thực nghiệm để phân tích số. Các kết quả về  $\delta_{CP}$  cũng được suy ra tương ứng, tất nhiên miền giá trị của  $\delta_{CP}$  cũng cần thiết phải nằm trong miền phân tích toàn cục [5]. Mặt khác, kết quả phân tích toàn cục về  $\theta_{23}$  trong tài liệu tham khảo [5] như được cho trong Bảng 1 như sau:

$$\theta_{23}^{(\circ)} \in \begin{cases} (41.20, 51.55) & (\text{PBC}), \\ (41.16, 51.25) & (\text{PBND}). \end{cases} \quad (3.33)$$

Nghĩa là không có sự khác biệt đáng kể về miền giá trị thực nghiệm của  $\theta_{23}$  giữa phân bậc chuẩn và phân bậc nghịch đảo. Vì vậy, trong phân tích số, chúng tôi chọn miền giá trị của  $\theta_{23}$  cho cả phân bậc chuẩn và phân bậc nghịch đảo như sau:

$$\theta_{23}^{(\circ)} \in (42.00, 51.0) \quad (\text{PBC và BPND}). \quad (3.34)$$

Trên cơ sở phân tích như trên, chúng tôi tìm được các miền giá trị của các tham số  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$ ,

$$\eta_\nu(\text{rad}) \in (1.35, 1.70), \quad (3.35)$$

$$|A_e|(\text{MeV}) \in (102, 750), \quad (3.36)$$

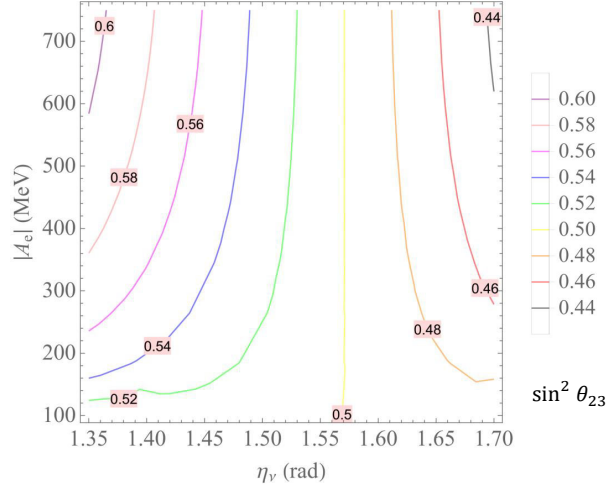
sao cho các  $\theta_{23}$  nhận các giá trị trong giới hạn  $3\sigma$  của nó [5] hoặc trong biểu thức (3.34) như được thể hiện trong các hình vẽ 3.1 và 3.2. Từ các hình vẽ 3.1 và 3.2, chúng tôi thu được các giá trị của  $\theta_{23}$  như sau:

$$\sin^2 \theta_{23} \in (0.44, 0.60), \quad (3.37)$$

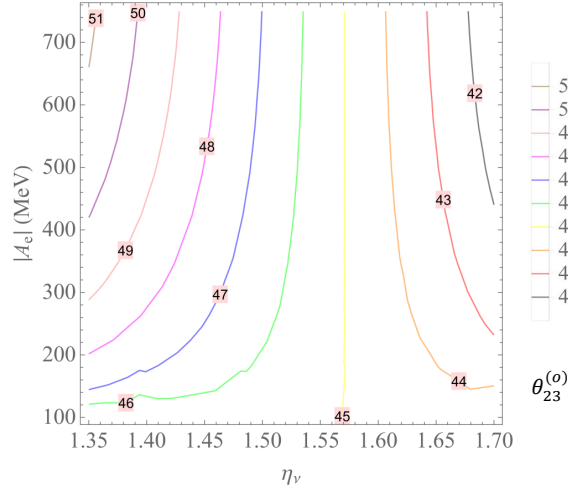
$$\theta_{23}^{(\circ)} \in (42.0, 51.00), \quad (3.38)$$

thỏa mãn giới hạn thực nghiệm trong miền  $3\sigma$  như ở biểu thức (3.34).

Với miền giá trị của  $\eta_\nu$  và  $|A_e|$  ở các biểu thức (3.35) và (3.36), biểu thức (3.32) cho phép chúng tôi xác định miền giá trị khả thi của  $\delta_{CP}$



Hình 3.1: Sự phụ thuộc của  $\sin^2 \theta_{23}$  vào  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$  với  $|A_e| \in (102, 750)$  MeV và  $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$  rad.



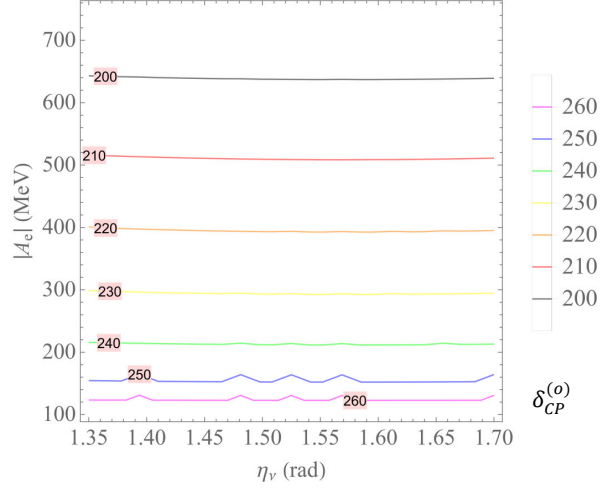
Hình 3.2: Sự phụ thuộc của  $\theta_{23}^{(o)}$  vào  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$  với  $|A_e| \in (102, 750)$  MeV và  $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$  rad.

như được thể hiện ở hình vẽ 3.3, với miền giá trị thu được của  $\delta_{CP}$  như sau:

$$\delta_{CP}^{(o)} \in (200.0, 260.0), \quad (3.39)$$

thỏa mãn giới hạn thực nghiệm về  $\delta_{CP}$  trong miền  $3\sigma$ , với  $\delta_{CP}^{(o)} \in (128, 359)$  với PBC và  $\delta_{CP}^{(o)} \in (200, 353)$  với PBNĐ.

Với miền giá trị của  $|A_e|$  ở biểu thức (3.36) và các khối lượng lepton mang điện nhận giá trị phù hợp nhất của chúng ở biểu thức (3.30), biểu thức (3.10) cho biết (3.10) chỉ phụ thuộc vào 1 tham số  $|A_e|$ , như được

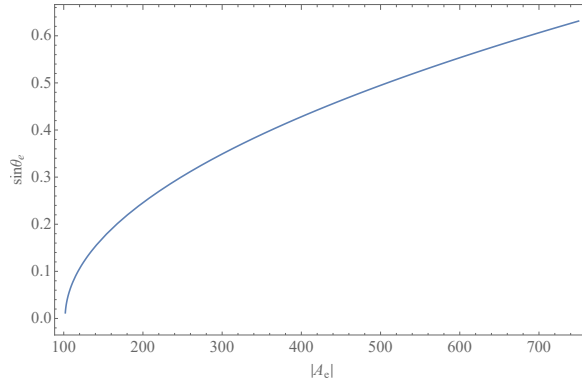


Hình 3.3: Sự phụ thuộc của  $\delta_{CP}^{(o)}$  vào  $|A_e|$  và  $\eta_\nu$  với  $|A_e| \in (102, 750)$  MeV và  $\eta_\nu \in (1.35, 1.7)$  rad.

mô tả trên các hình vẽ 3.4 và 3.5. Từ các hình vẽ 3.5, chúng tôi thu được các giá trị của  $\theta_e$  như sau:

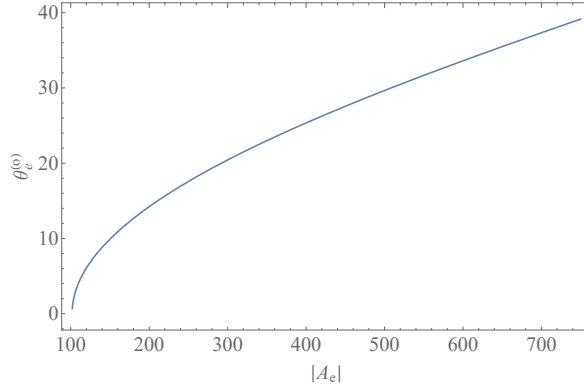
$$\sin \theta_e \in (0.012, 0.631), \quad (3.40)$$

$$\theta_e^{(o)} \in (0.688, 39.10). \quad (3.41)$$



Hình 3.4: Sự phụ thuộc của  $\sin \theta_e$  vào  $|A_e|$  với  $|A_e| \in (102, 750)$  MeV.

Các miền tham số  $\eta_\nu$  và  $|A_e|$  ở các biểu thức (3.35) và (3.36) bị hạn chế bởi các ràng buộc thực nghiệm của  $\theta_{23}$  và pha Dirac  $\delta_{CP}$  (ở giới hạn  $3\sigma$ ). Cụ thể, trong trường hợp  $\eta_\nu$  giảm về phía bên trái của 1.35 thì  $\theta_{23}$  sẽ tăng vượt ra ngoài giới hạn trên của nó ( $51.0^\circ$ ). Ngược lại, nếu  $\eta_\nu$  tăng về phía bên phải của 1.70 thì  $\theta_{23}$  sẽ giảm vượt ra ngoài giới hạn dưới của nó ( $41.0^\circ$ ). Khi  $|A_e|$  giảm về phía bên trái của 102 MeV thì không tồn tại giá trị của  $\theta_{23}$  và  $\delta_{CP}$ . Ngược lại, khi  $|A_e|$  tăng về phía bên phải



Hình 3.5: Sự phụ thuộc của  $\theta_e^{(o)}$  vào  $|A_e|$  với  $|A_e| \in (102, 750)$  MeV.

của 750 MeV thì  $\delta_{CP}$  sẽ giảm vượt ra ngoài giới hạn dưới của nó ( $200.0^\circ$ ) (với phân bậc chuẩn). Vì vậy, miền giá trị của  $\eta_\nu$  và  $|A_e|$  như ở các biểu thức (3.35) và (3.36) là phù hợp với mô hình của chúng tôi đối với cả phân bậc chuẩn và phân bậc nghịch đảo.



## Kết luận

Đề tài “Khối lượng và pha trộn lepton dạng gần co-bimaximal trong mô hình B-L với nhóm  $S_3 \times Z_2$ ” thu được các kết quả chính như sau:

- Trình bày được sự sinh khối lượng và trộn lepton trong mô hình chuẩn và mô hình chuẩn mở rộng B-L.

- Xây dựng mô hình chuẩn mở rộng  $B - L$  với nhóm đối xứng  $S_3 \times Z_2$  xác định khối lượng và dạng ma trận trộn lepton. Mô hình được xây dựng có thể giải thích khối lượng lepton, sự trộn lepton và pha vi phạm Dirac phù hợp với thực nghiệm.

## Tài liệu tham khảo

- [1] Hoàng Ngọc Long (2006), *Cơ sở vật lý hạt cơ bản*, NXB Thống kê Hà Nội.
- [2] H. Fritzsch and Z.Z. Xing, *Lepton Mass Hierarchy and Neutrino Oscillations*, Phys. Lett. B 372 (1996) 265.
- [3] P. A. Zyla et al., *Particle Data Group*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2020, 083C01 (2020).
- [4] P.F. Harrison, D.H. Perkins, and W.G. Scott, *Tri-Bimaximal Mixing and the Neutrino Oscillation Data*, Phys. Lett. B 530, 167 (2002).
- [5] P. F. de Salas et al., *2020 global reassessment of the neutrino oscillation picture*, J. High Energ. Phys. 2021 (2021) 71.
- [6] S. Khalil, *Low scale B-L extension of the Standard Model at the LHC*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 35 (2008) 055001.
- [7] T. Kobayashi, H. Ohki, H. Okada, Y. Shimizu and M. Tanimoto, *An introduction to non-Abelian discrete symmetries for particle physicists (Second Edition)*, Lect. Notes Phys. 995 (2022) 1.
- [8] V. Barger, S. Pakvasa, T.J. Weiler, and K. Whisnant, *Bi-maximal mixing of three neutrinos*, Phys. Lett. B 437 (1998) 107.
- [9] Y. Kajiyama, M. Raidal, and A. Strumia, *The golden ratio prediction for the solar neutrino mixing*, Phys. Rev. D 76, 117301 (2007).
- [10] Z. Z. Xing, *Wolfenstein-like Parametrization of the Neutrino Mixing Matrix*, J. Phys. G 29, 2227 (2003).